# تجزیه و تحلیل مشکل نگرشهای متفاوت در شبیه‌سازی رایانه‌ای

*نوشته: دکتر کامران فیضی*

## چکیده

در این مقاله، تعاریفی از مدل و دوگونه از مهمترین انواع آن، یعنی مدل‌های «شکلی[1]» و شبیه سازی[2] ارائه می‌شود. برای روشن نمودن تفاوت نگرش در نتیجه‌گیری، پدیده‌ای ظاهراً ساده جهت مدل سازی مطرح می‌شود. سعی می‌کنیم این پدیده را با دو نگرش تقریباً یکسان ولی دو مدل متفاوت به وسیله رایانه شبیه‌سازی کنیم. نتایج متفاوت این دو مدل به روشنی مسئله اهمیت نگرش یکسان در مدل سازی‌پدیده‌هارانشان‌خواهدداد.

## مقدمه

شبیه‌سازی رایانه‌ای، یکی از مهمترین کاربردهای رایانه اطلاع رسانی و علم مدیریت است. از شبیه‌سازی رایانه‌ای در مواردی چون مدل‌های پیش بینی، وجود ریسک، شرایط رقابت، «فرایندهای تصادفی[3]»، مدل‌های صف، خطوط انتظار، مدل‌های «تولد و مرگ»[4] به گونه‌ای گسترده استفاده می‌شود. پدیده‌ای که در این مقاله مطرح می‌شود، با وجود سادگی آن، مفهوم مدل‌های شبیه سازی را به روشنی نمایان

---

1- Iconic
2- Simulation
3- Stochastic Processes
4- Birth and Death Models

می‌سازد. به علاوه با دو نگرش ظاهراً یکسان از این پدیده، دو مدل برای شبیه سازی آن ساخته می‌شود. نتیجه‌گیری حاصله شبیه‌سازی رایانه‌ای این دو مدل اهمیت برداشت دقیق و یگانه از پدیده‌ها را آشکار می‌سازد.

## ۱- درباره مدل و انواع آن

مدل، تصویری است انتزاعی از پدیده‌ای که اتفاق افتاده یا ممکن است روی دهد. در ساختن مدل همه یا بعضی از متغیرهای موثر در پدیده مورد مطالعه و روابط بین آنها تا حد ممکن ملحوظ می‌شوند. به وسیله مدل می‌توان اطلاعاتی در مورد پدیده مورد نظر بدست آورد.هر چه اطلاعات حاصل از مدل به پدیده واقعی نزدیکتر باشد اعتبار مدل بیشتر است.

## ۲- دو گونه مهم از انواع مدل‌ها

### ۲-۱ مدل‌های شکلی یا «آیکونیک»

بعضی از مدل‌ها بیشتر به منظور بررسی ظاهر پدیده‌ها ساخته میشوند. به عنوان نمونه می‌توان از ماکت هایی که برای نمایش بناهای گوناگون مثل پلها و سدها ساخته می‌شود نام برد. این گونه مدل‌ها راکه از نظر ظاهری به پدیده مورد نظر شباهت دارند ولی از نظر رفتاری اطلاعات ناچیزی در مورد پدیده اصلی در اختیار قرار می‌دهند مدلهای شکلی می‌نامند.

### ۲-۲ مدلهای «شبیه‌سازی»

مدل‌های شبیه‌سازی با وجود عدم شباهت ظاهری به پدیده واقعی می‌توانند اطلاعاتی در مورد رفتار متغیرهای پدیده اصلی ارائه دهند. استفاده از رایانه برای اجرای آزمایشی مدل‌های شبیه‌سازی در زمره مهمترین کاربردهای رایانه در دنیای امروز به شمار می‌رود.

## ۳- پدیده و پرسش مورد نظر و نکاتی برای توجه

یک قطعه چوب یک متری را به طور تصادفی به سه قطعه تقسیم می‌کنیم. احتمال اینکه با این سه قطعه چوب بتوانیم مثلث بسازیم چقدر است؟

### ۳-۱ نکته

دقت کنید که با هر سه قطعه چوب نمی‌توان مثلث ساخت. برای آنکه با سه قطعه چوب بتوان مثلث ساخت باید طول هر قطعه از مجموع طولهای دو قطعه دیگر کوچکتر باشد. (سه شرط). پس از بسیاری از حالات ممکن است نتوان از سه قطعه چوب تصادفی مثلث ساخت.

### ۳-۲ احتمال تجربی

چرا وقتی سکه سالمی را پرتاب می‌کنیم می‌گوییم احتمال رو شدن شیر مساوی ۱/۲ است؟

پاسخ این است که اگر سکه را به تعداد دفعات زیادی پرتاب کنیم و تعداد دفعاتی که شیر رو می‌شود را بشماریم آنگاه نسبت تعداد دفعاتی که شیررو می‌شود به تعداد کل پرتابها به ۱/۲ بسیار نزدیک می‌شود.

به طور کلی برای به دست آوردن احتمال موفقیت در یک آزمایش باید آزمایش مورد نظر را به دفعات زیاد (مثلاً n بار) به اجرا درآورد. اگر تعداد دفعات موفقیت m باشد آنگاه نسبت m به n وقتی n خیلی زیاد شود به سمت احتمال مورد نظر میل می‌کند. به بیان دیگر اگر این احتمال را p بنامیم داریم:

$$p = \lim_{n \to \infty} m/n$$

### ۴- تابع عدد تصادفی RND

در اغلب زبانهای برنامه نویسی و نرم افزارهای کاربردی آماری و شبیه‌سازی توابعی برای تولید اعداد تصادفی پیش‌بینی شده‌اند. تابع RND یک عدد تصادفی X ($O \leq X < 1$) از متغیر تصادفی یکنواخت در فاصله [0,1) به دست می‌دهد.

#### ۴-۱ تولید عدد تصادفی در فواصل دیگر

- اگر یک عدد تصادفی X در فاصله [0,b) بخواهیم می‌نویسیم: X = b*RND
- اگر یک عدد تصادفی در فاصله [a,b) بخواهیم می‌نویسیم: X = a+(b-a)*RND
- اگر یک عدد صحیح تصادفی X بین دو عدد صحیح B,A بخواهیم می‌نویسیم:

X = A+INT((B-A+1)*RND)

#### ۴-۲ انتخاب دنباله‌های متفاوت از اعداد تصادفی

استفاده از دستور RANDOMIZE TIMER قبل از انتخاب دنباله‌ای از اعداد تصادفی باعث می‌شود در فرایند اجرای برنامه و در لحظات گوناگون دنباله‌های مختلفی از اعداد تصادفی تولید شود.

### ۵- چگونگی وقوع آزمایش (نگرشهای مختلف)

در عمل، آزمایش تقسیم قطعه چوب یک متری به سه قطعه تصادفی و تکرار آزمایش به دفعات بسیار زیاد، دشوار و حتی ناممکن است. به همین دلیل برای پیداکردن احتمال مورد نظر به ساختن یک مدل شبیه سازی رایانه‌ای مبادرت می‌ورزیم. اما در ساختن مدل نیز دو نگرش متفاوت به ذهن می‌رسد. این دو نگرش دو شیوه مختلف برای تقسیم چوب به سه قطعه تصادفی را مطرح می‌کنند و ممکن است پاسخهای متفاوتی را به دست دهند.

## ۱-۵ نگرش اول

فرض کنید ابتدا اولین قطعه یعنی X1 را از قطعه چوب یک متری به طور تصادفی جدا کنیم (X1=RND).

طول باقی مانده چوب طبیعتاً برابر 1-X1 می‌شود. حال از این طول (1-X1) قطعه دوم یعنی X2 را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم X2 = (1-X1)*RND. از قطعه چوب یک متری قطعه سوم یعنی X3 = 1-(X1+X2) باقی می‌ماند. برای اینکه سه قطعه چوب X3= 1-(X1+X2), X2 = (1-X1)*RND, X1 = RND تشکیل یک مثلث دهند باید طول هر قطعه از مجموع دو قطعه دیگر کوچکتر باشد یعنی سه شرط:

$X3<X1+X2,\ X2<X1+X3,\ X1<X2+X3$

به طور همزمان برقرار باشند. برای پاسخ به پرسش مطروحه (احتمال اینکه این سه قطعه چوب مثلث بسازند) در ضمیمه شماره ۱- (Appendix No.1) یک برنامه ساده به زبان بیسیک (نگارش GWBASIC) نوشته شده است. در این برنامه ابتدا تعداد دفعات آزمایش I از m تا n با گام p خوانده می‌شود. (آزمایش هر بار I دفعه از M بار تا N بار با گام P انجام می‌شود.) هر بار تعداد دفعات موفقیت در متغیر K محاسبه می‌شود و بر I تعداد دفعات کل آزمایش تقسیم می‌شود تا احتمال مورد نظر به دست آید.

### ۱-۱-۵ اجرای برنامه اول (شبیه‌سازی مدل با نگرش اول)

برنامه ضمیمه شماره ۱- با نگرش اول به حل مسئله دوبار در زیر لیست برنامه به اجرا در آمده است. در اجرای اول به ازای مقادیر M، N، P به ترتیب 100، 1000، 50 داده شده است به بیان دیگر مقادیر احتمال ساخته شدن مثلث برای 100، 150، 200، 250 تا 1000 بار آزمایش محاسبه شده است. در این اجرا نوسان بین مقادیر بالنسبه زیاد است. بین ماکزیمم احتمال بدست آمده 0.216 و مینیمم آنها یعنی 0.12 مقدار 0.096 یا بیش از نه درصد فاصله وجود دارد. ولی به هر صورت نوعی همگرایی روی احتمال 0.19 مشاهده می‌شود.

در اجرای دوم همین برنامه به ازای مقادیر M، N، P به ترتیب 90000، 100000، 500

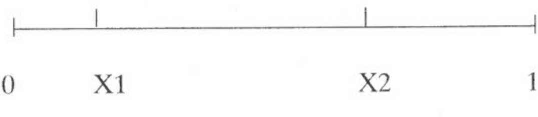
داده شده است. یعنی تعداد آزمایشها را از نود هزار تا صد هزار با گام پانصد تغییر داده‌ایم (تعداد آزمایشها را خیلی زیاد کردیم).

مشاهده می‌شود که مقادیر احتمالها بسیار به هم نزدیک شده‌اند. اختلاف ماکزیمم 0.196444 با مینیمم آنها 0.191680 مساوی 0.0042764 شده است (یعنی چیزی حدود 0.43 درصد). با استناد به مقادیر به دست آمده در اجرای دوم می‌توان گفت مقدار احتمال مورد نظر باید چیزی حدود 0.192 باشد. به بیان دیگر اگر دو قطعه تصادفی یکی بعد از دیگری از یک قطعه چوب یک متری برداریم احتمال آنکه سه قطعه چوب حاصل با هم یک مثلث بسازند باید حدود 0.192 باشد.

### ۵-۲ نگرش دوم

فرض کنید دو عدد تصادفی X1، X2 را از فاصله [0,1] انتخاب کنیم یعنی $X1 = RND$ و $X2 = RND$ به طوریکه $X1<X2$ باشد (در غیر این صورت جای آنها را با هم عوض می‌کنیم).

در نتیجه در فاصله [0,1] سه قطعه $A = X1$ و $B = X2-X1$ و $C = 1-X2$ به دست می‌آید:




به این ترتیب عمل شکستن قطعه چوب یک متری به سه قطعه تصادفی را هر چند به صورتی انتزاعی انجام داده‌ایم. برای اینکه سه قطعه A، B، C مثلث بسازند باید سه شرط $A<B+C$ و $B<A+C$ و $C<A+B$ به طور همزمان برقرار باشند. این بار هم با استفاده از یک برنامه بیسیک آزمایش تقسیم چوب به سه قطعه تصادفی را با نگرش دوم به عمل می‌آوریم. در ضمیمه شماره ۲ (Appendix No.2) این برنامه را ملاحظه می‌کنید.

#### ۵-۲-۱ اجرای برنامه نگرش دوم (شبیه سازی مدل با نگرش دوم)

برنامه ضمیمه شماره ۲ نیز دوباره در زیر لیست برنامه به اجرا در آمده است.

در اجرای اول مقادیر M، N، P به ترتیب برابر 100، 1000، 50 داده شده‌اند (انجام

آزمایشها از صدبار تا هزار بار با گام پنجاه).

در این هنگام که تعداد آزمایشها بالنسبه کم هستند نوسان مقادیر احتمالی بالنسبه زیاد است بین مینیمم تا ماکزیمم مقادیر فاصله 0.295-0.22=0.075 یعنی بیش از هفت در صد اختلاف مشاهده می‌شود.

در اجرای دوم تعداد آزمایشها را بسیار زیاد کرده‌ایم (از نود هزار تا صد هزار با گام پانصد). این بار نوسانها به شدت کم شده‌اند و به حدود پنج دهم درصد (0.2517-0.2468=0.0049) کاهش یافته‌اند.

با یک نگاه سطحی به مقادیر احتمال در این اجرا به راحتی می‌توان مقدار 0.25 را به عنوان احتمال مورد نظر اعلام کرد.

## ۶- نتیجه گیری

### ۶-۱ اختلاف بین نتایج آزمایشها با نگرش اول و دوم:

برای پاسخ به یک سوال دو مدل شبیه‌سازی با دو نگرش مختلف ساخته شد و مورد آزمون قرار گرفت.

به دست آمدن دو پاسخ گوناگون از اجرای دو برنامه نشان می‌دهد که نتیجه آزمایش به مقدار زیادی به شیوه طرح آزمون و اجرای آن بستگی دارد.

### ۶-۲ آزمایش کامپیوتری به جای آزمون واقعی:

اجرای صد هزار بار شکستن قطعه چوب یک متری به سه قطعه تصادفی و آزمون شرایط لازم برای تشکیل مثلث در عمل کاری غیر ممکن است (چه با نگرش اول چه با نگرش دوم). ولی در هر مورد با یک برنامه بسیار ساده و کوتاه کامپیوتری به پاسخ دقیق و مطابق با حل تحلیلی مسأله با استناد به «احتمال هندسی» (Geometric Probability) از طریق انتگرال‌های چندگانه رسیدیم (یعنی فقط با علم به تعریف احتمال و بدون استفاده از آنالیز ریاضی).

۶-۳ همانطور که گفته شد امروزه شبیه‌سازی کامپیوتر از مهمترین محورهای کاربرد

کامپیوتر است. مدل هایی مثل صف‌های یا خطوط انتظار و فرایندهای تصادفی دیگر چون «فرایند تولد و مرگ».

از جمله مدل هایی هستند که برای پیش بینی پدیده‌ها کاربرد فراوان دارند.

**۴-۶** ادراک دقیق و یگانه از یک پدیده، قبل از اقدام به مدل سازی آن، اهمیت ویژه‌ای دارد. حصول دو نتیجه متفاوت از شبیه‌سازی یک پدیده این اهمیت را به خوبی نشان می‌دهد. بنابراین در مدل سازی، به ویژه در مواردی که فرایند تصمیم‌گیری بتواند منجر به سود و زیان قابل ملاحظه شود، باید قبل از هر چیز برای شناخت دقیق پدیده مورد نظر سعی کافی نمود.

## برنامه ضمیمه شماره -۱

```
10 INPUT M,N,P
20 LPRINT "Experimental Probability For The number of Tests From
M="; M;" to N="; N: LPRINT "WITH STEP P=" ;P
30 For I = M TO N STEP P
40 K = O
50 RANDOMIZE TIMER
60 FOR J =1 TO I
70 x1 = RND : x2 = RND* (1-X1): x3=1 - (x1+x2)
80 IF x1<x2   +X3 AND X2<X1+X3 AND X3<X1+X2 THEN K=K+1
90 NEXT J
100 LPRINT USING "#########, ######"; K/I
110 NEXT I
```

Experimental Probability For The number of Tests From M=100 to N= 1000

WITH STEP P = 50

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.120000 | 0.133333 | 0.135000 | 0.216000 | 0.200000 |
| 0.154286 | 0.202500 | 0.180000 | 0.200000 | 0.181818 |
| 0.191667 | 0.187692 | 0.192857 | 0.184000 | 0.188750 |
| 0.203529 | 0.182222 | 0.185263 | 0.185000 | |

Experimental Probability For The number of Tests From M=90000 to N=100000

WITH STEP P = 500

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.192956 | 0.191680 | 0.194099 | 0.194907 | 0.192261 |
| 0.193762 | 0.192215 | 0.192332 | 0.192106 | 0.196444 |
| 0.193516 | 0.192408 | 0.194177 | 0.192549 | 0.194485 |
| 0.192656 | 0.194245 | 0.192294 | 0.193515 | 0.196171 |
| 0.192680 | | | | |

برنامه ضمیمه شماره -۲

```
10 REM Second Aproach
20 INPUT M,N,P
30 LPRINT "Experimental Probability For The Number Of Tests From M= ";
   M;" To N=";N: LPRINT "With Step p =";  P: LPRINT: LPRINT
40 FOR I = M TO N STEP P
50 K = O
60 RANDOMIZE TIMER
70 FOR J = 1 To I
80 x1 = RND: x2 = RND
90 IF x1 > x2 THEN SWAP x1 , x2
100 A = x1 : B = x2 - x1 : C = 1 - x2
110 IF A<B+C AND B<A+C AND C<A+B THEN K=K+1
120 NEXT J
130 LPRINT USING "#########, ######"; K/I,
140 NEXT I
```

Experimental Probability For The Number Of Tests From M = 100 To N= 1000 with Step P = 50

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.230000 | 0.220000 | 0.295000 | 0.220000 | 0.260000 |
| 0.220000 | 0.225000 | 0.240000 | 0.258000 | 0.265455 |
| 0.231667 | 0.233846 | 0.277143 | 0.224000 | 0.235000 |
| 0.267059 | 0.243333 | 0.236842 | 0.245000 | |

Experimental Probability For The Nmber Of Tests From M = 90000 To N = 100000

With Step P = 500

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0.251200 | 0.249536 | 0.250901 | 0.250481 | 0.249033 |
| 0.246887 | 0.249376 | 0.250471 | 0.247340 | 0.250233 |
| 0.248400 | 0.251728 | 0.250146 | 0.249762 | 0.248897 |
| 0.250031 | 0.250837 | 0.250071 | 0.251000 | 0.248462 |
| 0.249880 | | | | |

# فهرست منابع


1. H.P. Williams, "Model Building In Mathematical Programming", John Wiley & sons, 3rd. ed., 1993, pp 101-132.
2. J.P. Kleijnen, "Computer Simulation A Statistical Perspective", John Wiley & Sons. 1995, pp 53-71.
3. Matko Drago, "Computer Simulation And Modelling: A Case Study Apprach" Prentice Hall, 1992, pp 12-31.
4. D.Crookal And R.L. Oxford, "Simulation, Gaming And Language Learning" Newyork Newbury House, 1993, pp 71-93.
5. W.p. Lewis, "Simulation Methodology For Statisticians And Operation Analysts", Wadsworth & Books, 1998,
6. J. Banks, "Simulatin Methods, Discrete Events System Simulation", Prentice-Hall, 1994.
7. M. Pidd, "Computer Simulation In Management Science", John Willey & Sons, 1997.
8. D.V. Hinkey, "Statistical Theory And Modeling", Chapman & hall, 1991.

9. P.K. Anderson, "Statistical Models Based On Counting", Spriger Verlag, 1993.

10. D. Retherlord, "Statistical Modeling And Analysis", John Wiley & Sons, 1993.